

Бланк для ответов

Задача № 1	Шифр <i>М7-ММ-11-1-1</i>
	<i>М-М-11-ММ</i>

*I место*

По условию

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{xy} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{y+4} + \frac{1}{xy}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x+4} + \frac{1}{y+4} \quad | \cdot xy(x+4)(y+4); x \neq 0; y \neq 0; x \neq -4; y \neq -4$$

$$\underline{xy^2 + 4y^2} - \underline{4xy} - \underline{16y} + \underline{x^2y} + \underline{4xy} - \underline{4x^2} - \underline{16x} = \underline{xy^2} + \underline{x^2y} - \underline{4xy} + \underline{4xy}$$

сокращаем и получаем

$$4y^2 - 4x^2 - 16y - 16x = 0 \quad | :4$$

$$y^2 - x^2 - 4y - 4x = 0$$

$$(y-x)(y+x) - 4(y+x) = 0$$

$$(y-x)(y+x) = 4(y+x)$$

сокращаем

$$y-x=4$$

Нужно доказать, что  $xy+4$  - квадрат целого числа  $\rightarrow xy \geq -4$ ;

Какие значения  $xy+4$  могут дать квадрат целого числа.

Возьмем совокупность в системе:

$$y-x=4$$

$$\begin{cases} xy+4=0 \\ y-x=4 \end{cases}$$

$$xy+4=1$$

$$xy+4=4$$

$$xy+4=9$$

$$xy+4=16$$

$$xy+4=36$$

$$xy+4=0$$

Бланк для ответов

Задача № 1	Шифр
	М-М-11-11М

~~$x \cdot y = -9$~~   ~~$x \cdot y = -3$~~   ~~$x \cdot y =$~~   $x \cdot y = -9$   $x \cdot y = 0$   $x \cdot y = 5$   $x \cdot y = 12$   $x \cdot y = 32$   $x \cdot y = -4$   $y - x = 4$

Графиком, лист 2

Из этих условий этой системы получим, что действительно, при  $y - x = 4$  и  $x \cdot y = 4$  является квадратом условие выполняется, т.е. при увеличении  $x$  на 4 и увеличении  $y$  на 4 значение выражения не изменится.

Ответ: доказано.

08

## Бланк для ответов

Задача № 2	Шифр
	М-М-11-11М

Представим, что город - это круг. Тогда район - это  $\frac{1}{9}$  круга. Длина района - периметр  $\frac{1}{9}$  круга. Районы разделим дорожками, идущими от центра круга. Если радиус =  $\frac{1}{9} \cdot 130 = 14\frac{2}{9}$  км. Значит, раз на каждый район приходится 2 радиуса, то, исходя из периметра  $\frac{1}{9}$  района, получим, что оставшаяся длина периметра (а это длина дорожки в пределах района) равна  $40 - 14\frac{2}{9} \cdot 2 = 40 - 28\frac{4}{9} = 11\frac{2}{9}$ . А значит, раз длина камыевой дорожки в одном районе равна  $11\frac{2}{9}$ , а район  $\frac{1}{9}$  от города, то общая длина камыевой дорожки равна  $11\frac{2}{9} \cdot 9 = 100$  км.

Ответ: 100 км

175

Бланк для ответов

Задача № 3	Шифр
	М-М-11-ПМ

У нас есть 2 условия:  $x^a > y^b$  и  $y^a > x^b$ . Исходя из определений степеней, вспомним, что условие  $x^n > x^m$  выполняется только в том случае, если  $x > 1$ . При  $x = 1$  будет, что так, что  $x^n = x^m$ . При  $x < 1$   $x^n < x^m$ .

Представим, что  $x = y$ . Тогда для двух условий необходимо, чтобы  $x > 1$ , и в данном случае условие  $x + y > 2$  всегда выполняется. Так же числа могут быть неравны, но в пределах выполнения  $x^a > y^b$  и  $y^a > x^b$  и обязательно  $x + y > 2$ . Если же мы попытаемся взять одно из чисел или даже оба  $< 1$ , то начальные условия нарушатся. И.е. при  $x < 1$ , а  $y > 1$  условие  $x^a > y^b$  будет нарушено, при  $x > 1$ , а  $y < 1$  условие  $y^a > x^b$  будет нарушено, а при так как при  $x > 1$  будет так, что  $x^n > 1$ , а при  $x < 1$  будет  $x^n < 1$ . Если же оба числа и  $x$  и  $y < 1$  или равны, то знак в условиях  $x^a > y^b$  и  $y^a > x^b$  обязательно поменяется.

Если же  $x < 1$  и  $y < 1$  и  $x \neq y$ , то меньшее число в большей степени всегда будет меньше, а значит только при  $x > 1$  и  $y > 1$  выполняются условия  $x^a > y^b$  и  $y^a > x^b$ , а значит  $x + y > 2$ .

Ответ: доказано

195

Бланк для ответов

Задача № 5	Шифр
	М-М-11-ММ

Попробуем начать расставлять цифры в соответствии с условиями.  
 0 0 1 2 1 3 2 4 5 3 0 0 1 2 1 3 2 4 5 3 6 4 4 8 5 9 10 6 11 7 12 13 6 14 15 9 16 17 18  
 Можно заметить, что между началом нового цикла отсчет между  
 парами чисел и началом предыдущего цикла <sup>или</sup> зафиксировано 1 число. Попробуем  
 между 0 и 1, 1 и 2, 4 и 5, 6 и 7, 9 и 10 нет чисел, но это начало  
 циклов. Между другими, такими как 2 и 3, 3 и 4, 5 и 6, 7 и 8 и т.д.  
 есть 1 число. Если продолжить в круг, то он должен закончен  
 так: 9 8, 0, 0, 1, 2, 1 и т.д. Как вышло: всего у нас  $9 \cdot 2 = 18$  чисел,  
 цикл состоит из 18 чисел. Проследим за рядом чисел  
 выше. Закрывающий цикл с 0 записаны 2 числа, с 1 записаны 5  
 чисел (00111), с 2 - 4, с 3 - 10, с 4 - 13, с 5 - 15, с 6 - 18, с 7 - 20,  
 с 8 - 23, с 9 - 26, с 10 - 28 чисел. Можно сделать вывод, что с каждым  
 циклом кол-во использованных чисел увеличивается на 2 или 3  
 В случае выполнения замыкания круга, кол-во использованных чисел  
 будет равно 18, но в данном случае, при замыкании мы  
 когда добавляем либо 2, либо 3, т.е. на использованную пару  
 мы иногда расходуем 3 числа, а значит в конце кол-во чисел  
 не сойдется, для выполнения условия их должно быть больше.  
 Ответ: Невозможно.

05

